

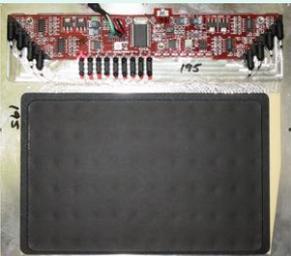
# Externe Sensoren

## Externe Sensoren

### Taktile Sensoren

Tastende & gleitende Sensoren

Kraft-  
Momenten-  
Sensoren



### Näherungs- sensoren

Kapazitive  
Sensoren

Optische  
Sensoren

Akustische  
Sensoren



### Abstands- sensoren

Laufzeitbasiert

Triangulations-  
basiert

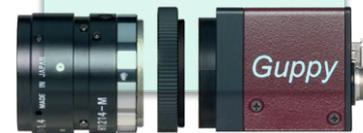


### Visuelle Sensoren

Photodioden

CCD

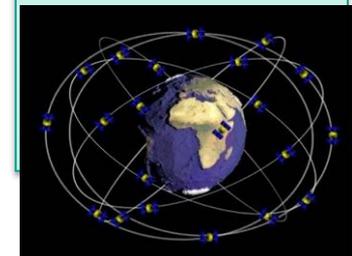
Algorithmik:  
Lichtschnitt,  
Stereo



### Positions- sensoren

GPS

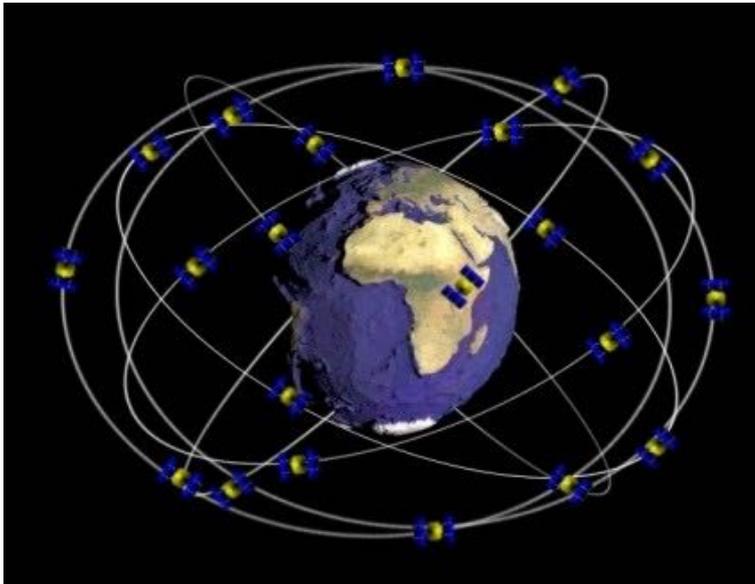
Natürliche/  
Künstliche  
Landmarken



# Positionssensoren (absolute Positionsbestimmung)

- Grundlage: aktive beacons
- Anwendung: Navigation von Schiffen, Flugzeugen, Fahrzeugen

# Global Positioning System (GPS)



- Satellitengestütztes Navigations - und Punktbestimmungssystem
- 24 Satelliten
- Umlaufzeit: 12 Stunden
- Entfernung 20051 Kilometer
- 6 Bahnebenen

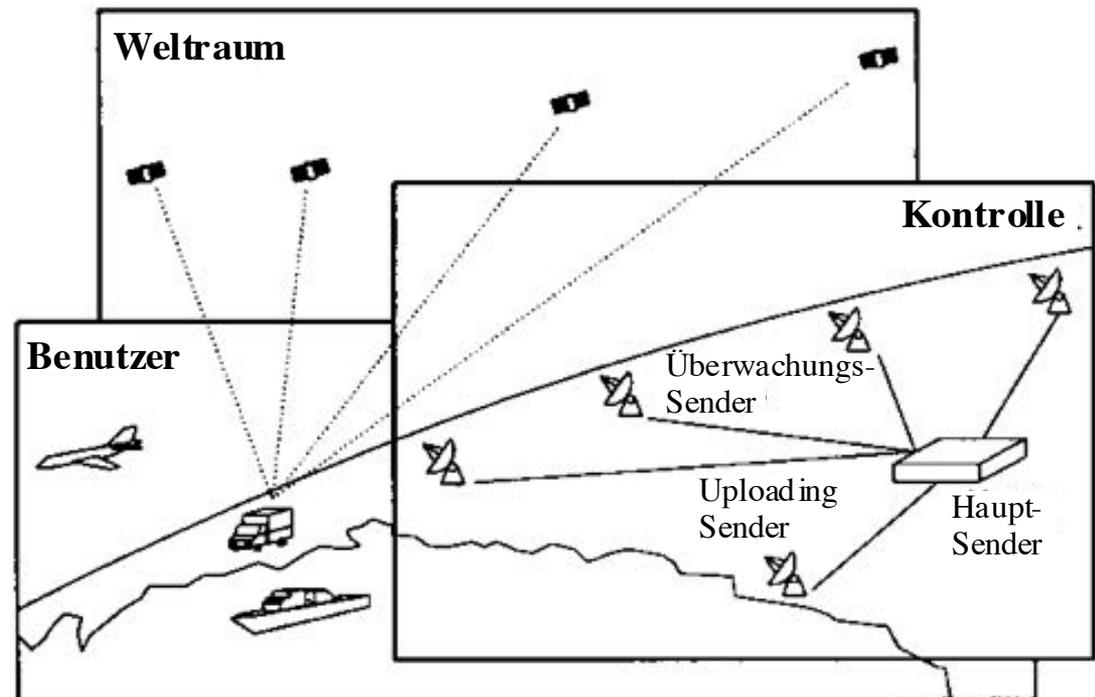
# GPS

- Unterschiedliche Möglichkeiten der Auswertung
- Bedingung: mindestens 4 Satelliten in Reichweite
- Messung:
  - Codephase (Pseudoentfernung)
    - $\Delta T$  zwischen Abstrahlung Satellit und Empfänger
    - Zeitfehler; Geschw.  $\sim c$  im Vakuum  $\rightarrow \Delta T \cdot c \neq$  reale Entfernung
      - $\rightarrow$  systematischer Fehler
      - $\rightarrow$  Pseudoentfernung
  - Doppler-Count
    - Geschwindigkeitsmessung
  - Trägermischphase
    - Messung der Strecke mittels Phasenverschiebung

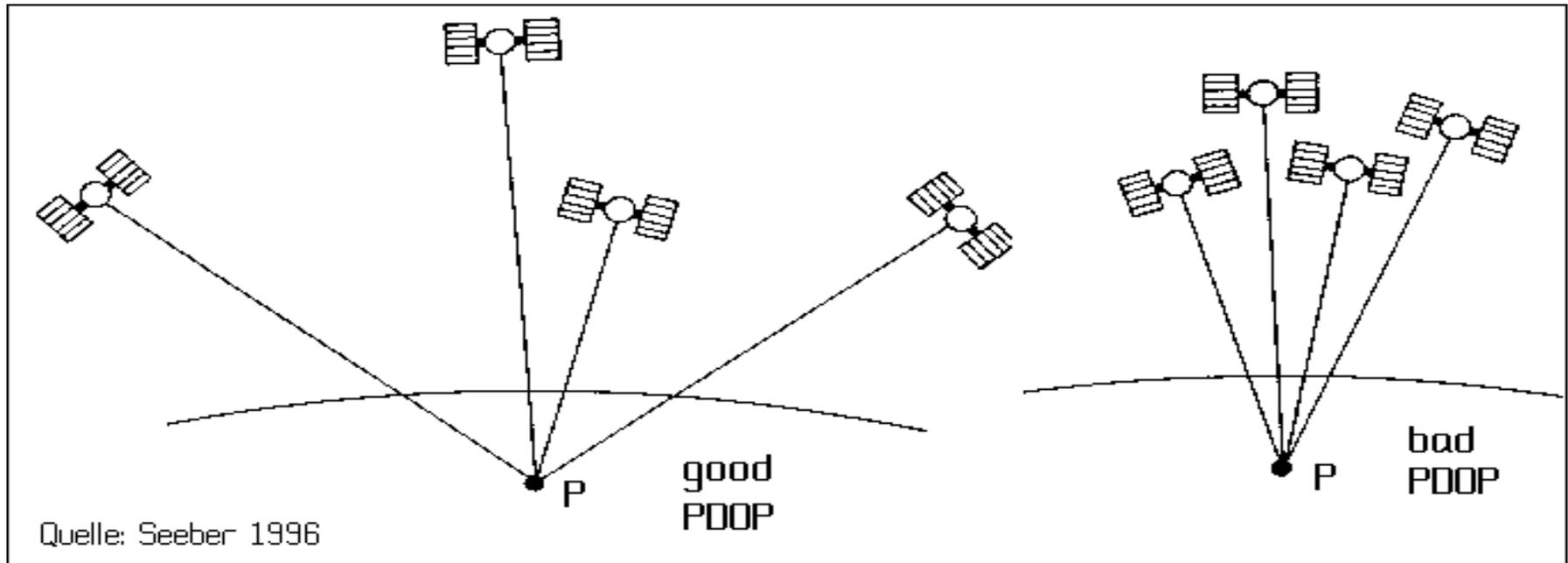
# GPS Grundlegende Bereiche

## ■ Aufgaben der Master-Control-Station

- Vorausberechnung Bahnephemeriden
- Beobachtung Satellitenuhren
- Vorausberechnung Satellitenverhalten
- Weitergabe Daten



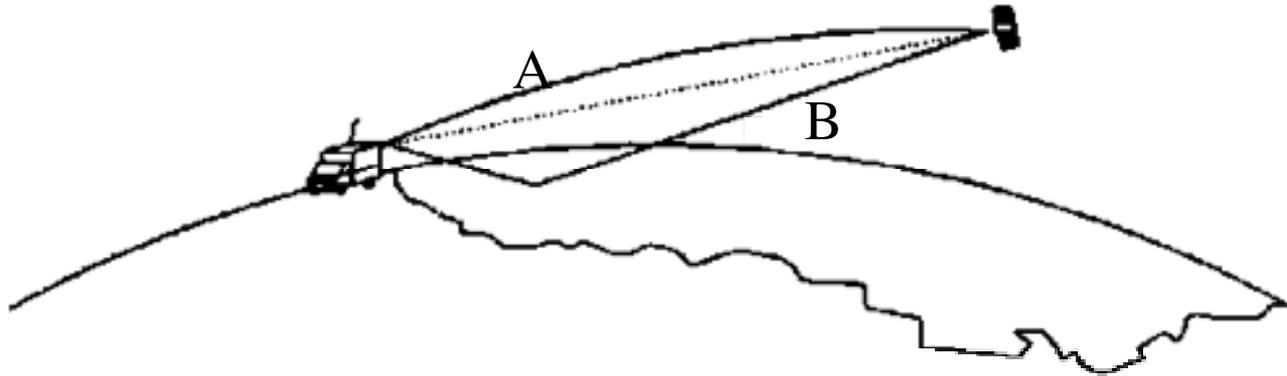
# Satellitenkonstellationen



beste Ergebnisse bei  $90^\circ$   
 Winkeln zwischen den  
 Geraden vom Empfänger zu  
 dem jeweiligen Satelliten

größte Ungenauigkeiten,  
 wenn sich alle Satelliten eng  
 beieinander oder in  
 kollinear Anordnung  
 befinden

# Fehler bei Pseudoentfernungsmessung



A: Atmosphärische Refraktion

B: Mehrwegreflexionen

Alle Fehler sind abhängig von der Anordnung der Referenz-Satelliten

# GPS Fehler

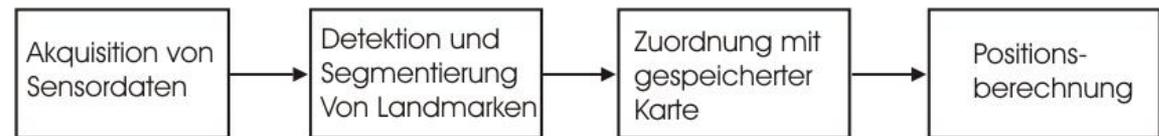
Fehlerursache	Standardabweichung [m]
Satelliten-Position	3
Ionosphärische Refraktion	5
Troposphärische Refraktion	2
Mehrfachreflektionen	5
„selective availability“ (künstliche Verfälschung, bis 1. Mai 2000)	30

# Differential GPS

- Wesentliche Verkleinerung der Fehler (Ausnahme Mehrfachreflexionen)
- Prämisse: zweiter GPS -Empfänger innerhalb einer Entfernung von 10 km an bekannter Position erfährt gleichen Fehler (bei gleichen Referenzsatelliten)
- Durch Vergleich Ermittlung eines Fehlervektors, Übergabe der Korrektur an ersten Empfänger
- Effektiver Fehler unter 10 m

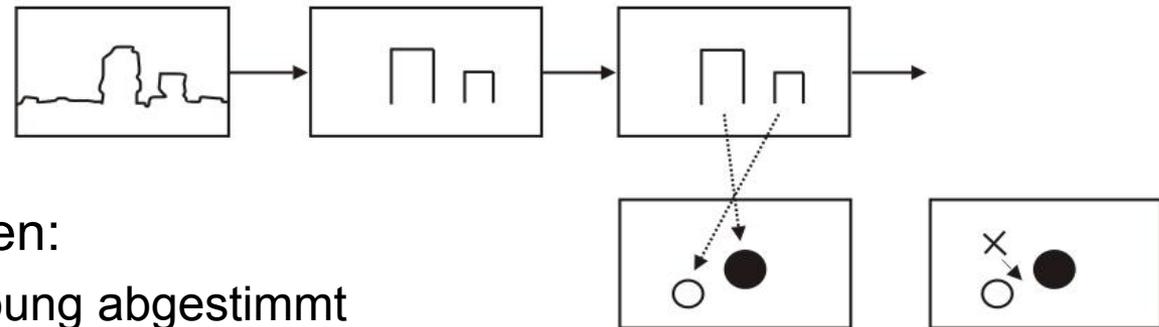
# Natürliche und künstliche Landmarken

- Nicht aktiv
- Einfach zu identifizieren
- Feste und bekannte Position



## ■ Problem:

- Detektion
- Matchen

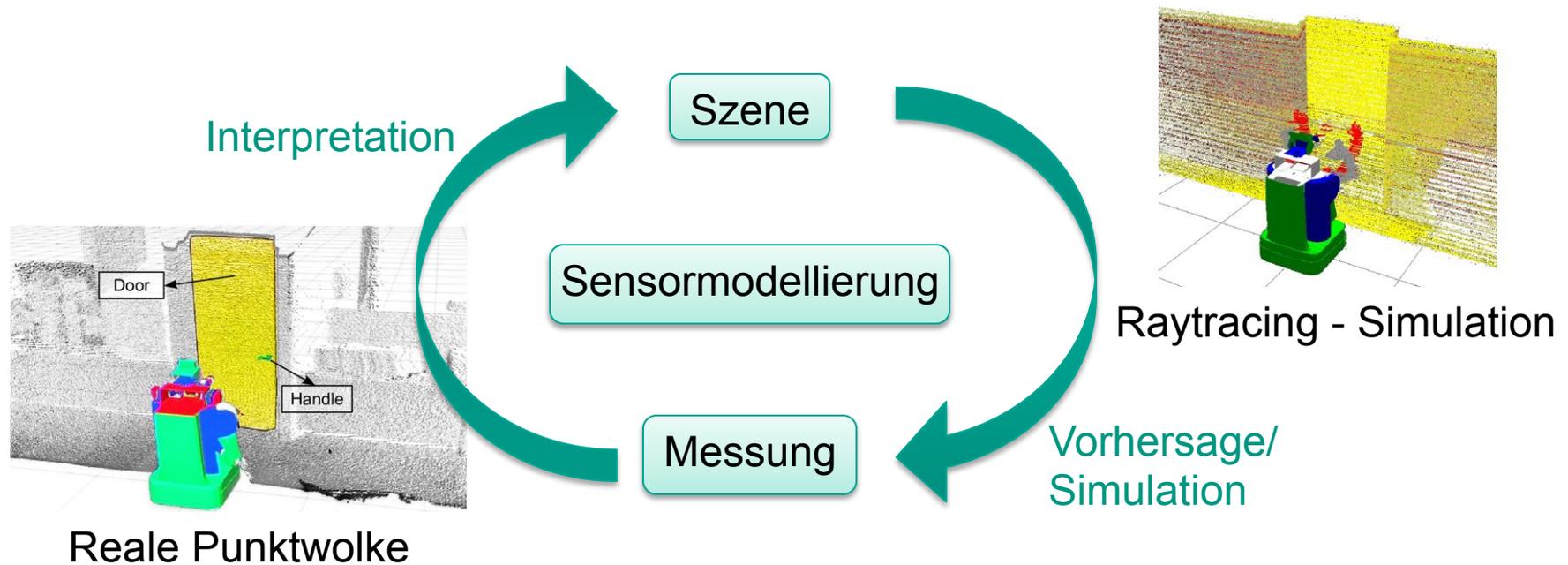


## ■ Künstliche Landmarken:

- Speziell auf Umgebung abgestimmt

# Sensormodellierung I

- Zusammenhang zwischen realer Welt und Messergebnis
- Sensormodell: mathematische Beschreibung der Aufnahmecharakteristik eines Sensors



# Sensormodellierung II

## ■ Aufgaben:

### ■ Interpretation von Messdaten

■ Reale Aufnahme  $\longrightarrow$  (Sensormodell)<sup>-1</sup>  $\longrightarrow$  Szenenbeschreibung

### ■ Vorhersage von Messdaten

■ Szenenbeschreibung  $\longrightarrow$  Sensormodell  $\longrightarrow$  Aufnahmewerterwartung

### ■ Sensorsimulation

■ Szenenbeschreibung  $\longrightarrow$  Sensormodell  $\longrightarrow$   
 $\longrightarrow$  Fehlermodell/Rauschen  $\longrightarrow$  Messergebnis

# Sensormodellierung III

- Jeder Sensormesswert ist fehlerbehaftet
- Fehler lässt sich mathematisch modellieren
- Setzt sich zusammen aus
  - systematischem Fehler
  - Restfehler
- Kalibrierung behebt systematischen Fehler
- Robuste Algorithmen beheben Restfehler

# Mathematisches Sensormodell

- Abbildung des Umweltzustands in den Bildraum

$$z_m = h(\Theta_n) + v_m$$

$v_m$  : Rauschen  
 (normalverteilt,  $E(v_m) = 0$ )

$\Theta_n$  : Umweltzustand

$h$  : Beobachtungsmodell

- Kovarianzmatrix des Sensorrauschens

$$Q(t) = E(v_m v_m^T) = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \sigma_m^2 \end{pmatrix}$$

# Kalibrierungs- & Steuerparameter

- $h$  hängt ab
  - Vom Sensortyp (KMS, Datenhandschuh, Kamera)
  - Festen spezifischen Parametern (Position der Kamera im Raum)
- Feste Kalibrierungsparameter charakterisieren Übertragungseigenschaften eines Sensors.
- Dynamische Sensorparameter, auch Steuerparameter genannt, beschreiben veränderliche Eigenschaften eines Sensors.

# Modellierung Kraft-Momenten-Messdose I

## ■ Prinzip:



## ■ Näherung:

- Linearer Zusammenhang  
Kraft  $\longleftrightarrow$  Spannung



# Kraft-Momenten-Messdose II

- N-Sensorelemente:

$$W_i = c_{i1}F_x + c_{i2}F_y + c_{i3}F_z + c_{i4}M_x + c_{i5}M_y + c_{i6}M_z$$

$W_i$  : Spannung Sensor i

$F_x$  : Kraftkomponente

$M_x$  : Momentenkomponente

$c_{ij}$  : Koppelfaktoren

$$\begin{matrix} \vec{W} \\ n \end{matrix} = \begin{matrix} C \\ n \times 6 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \vec{F} \\ 6 \end{matrix}$$

$C$  = Koppelmatrix  $\longrightarrow$  unbekannt  $\longrightarrow$  Kalibrierung

# Kraft-Momenten-Messdose III

- Kalibrierung:  $C$  gesucht
  - Messung der  $W$  bei bekannten Kräften  $F$
  - Aufstellen eines (überbestimmten) LGS für  $C$
  - Lösung des LGS nach  $C$  (kleinste Quadrate)
  - Mit pseudoinverser Matrix  $R_F$  der Kopplungsmatrix

  $C$  bekannt

$$R_F = \begin{bmatrix} r_{11} & \cdots & r_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{61} & \cdots & r_{6n} \end{bmatrix} = (C^T C)^{-1} C^T$$

# Kraft-Momenten-Messdose IV

- Anwendung:  $F$  gesucht

$$R_F \cdot W = F$$

- Messung der  $W_i$  nach unbekanntem  $F$
- Multiplikation der  $W_i$  mit  $R_F$

  $F$  bekannt

# Modellierung - Datenhandschuh I

- 22 Sensorelemente (DMS) mit jeweils affinem Modell:

$$W_i = c_i \cdot \alpha_i + t_i$$

$W_i$  : Spannung Sensor i

$c_i$  : Proportionalanteil

$t_i$  : Offset

$\alpha_i$  : Winkel

$$C = \begin{pmatrix} c_1 & & & \\ & \dots & & \\ & & & c_{22} \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} W & = & C & \cdot & \alpha & + & T \\ 22 & & 22 \times 22 & & 22 & & 22 \end{matrix}$$



# Datenhandschuh II

- 22 DMS werden getrennt kalibriert, Daten jedoch simultan erhoben
- Griffe von Kalibrierobjekt liefern für alle  $i$  Gelenkwinkel jeweils  $n$  Messungen
- Bestimmung der Parameter aus überbestimmten LGS

$$\begin{array}{c}
 W_i^1 = c_i \alpha_i^1 + t \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 W_i^n = c_i \alpha_i^n + t_i
 \end{array}
 \quad \longrightarrow \quad
 W_i = \begin{pmatrix} W_i^1 \\ \dots \\ W_i^n \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha_i^1 & 1 \\ \dots & \dots \\ \alpha_i^n & 1 \end{pmatrix}}_{A_i} \cdot \begin{pmatrix} c_i \\ t_i \end{pmatrix}$$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} c_i \\ t_i \end{pmatrix} = \left( A_i^T \cdot A_i \right)^{-1} A_i^T \cdot W_i$$

# Modellierung einer Kamera

## Modellierung der *Lichtintensität*

- abhängig von:
- Beleuchtung der Szene
  - Reflexionseigenschaften der Objekte

## Modellierung der *Geometrie*

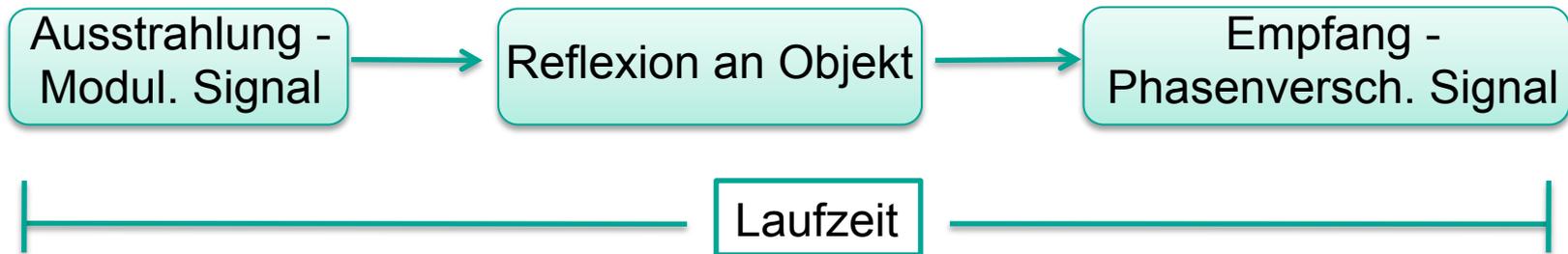
dreidimensionale  
Szene wird abgebildet  
auf zweidimensionale  
lichtempfindliche  
Fläche

- Mehr zu Intensitäten in der Veranstaltung
  - Kalibrierung visueller Sensoren
- Mehr zur Geometrie in der Veranstaltung
  - Optische 3D-Sensoren

# Modellierung – RotatingSick

- RoSi besteht aus
  - SICK LMS 200 Laserscanner
  - Über Drehdurchführung an Dunker-Motor-Kombination gekoppelt

- Prinzip des LMS 200:



- Entfernung des Reflexionsobjekts:  $d = \frac{1}{2} c \cdot t$



# Laserscanner – LMS 200 I

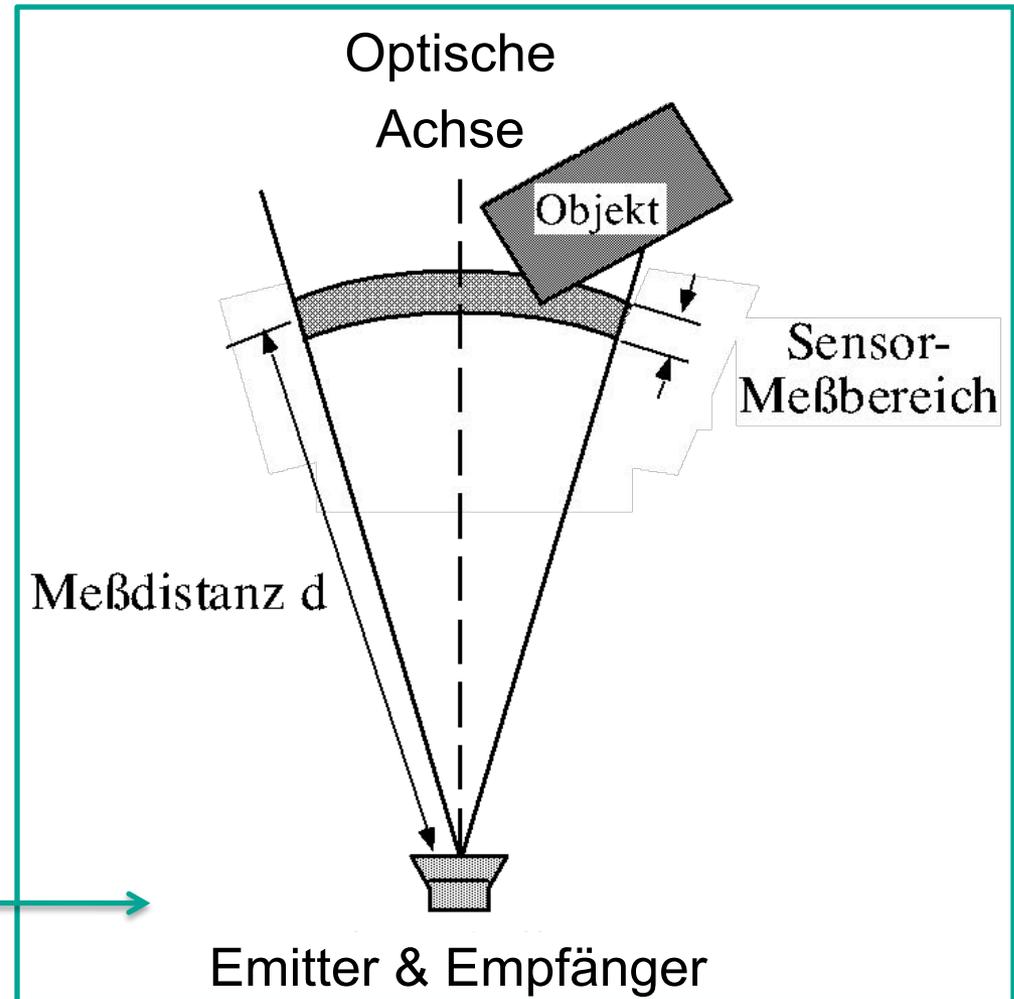
- Sensormodell – ohne Strahlablenkung:

$$d = h(\Theta_3) + v$$

$$Q(t) = \sigma^2$$

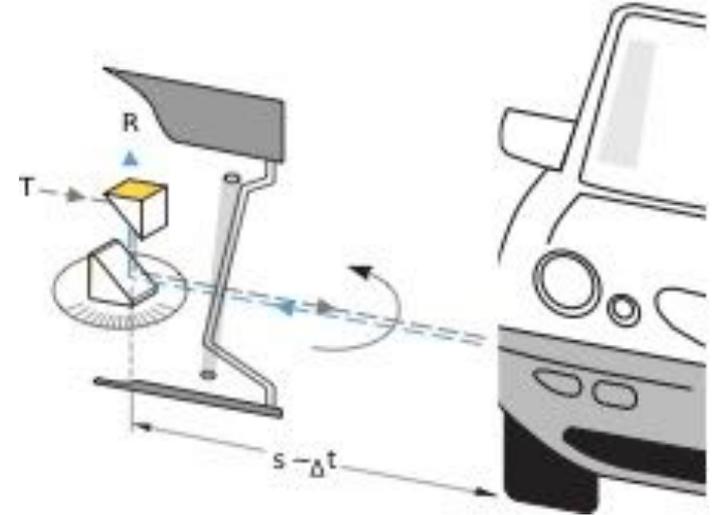
- Abbildung von 3D-Beobachtungsraum auf 1D-Bildraum

2-dim. Projektion des Laserscanner – Lichtkegels



# Laserscanner – LMS 200 II

- Abbildungsvorschrift **h** abhängig von:
  - Signalparameter
    - Intensität, Wellenlänge, ...
  - Winkelauflösung, Wiederholfrequenz
  - Reflexionskoeffizienten der angestrahlten Oberfläche
  - Mehrfachreflexionen
  - Objektentfernung



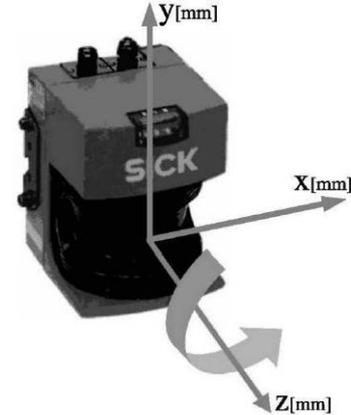
- Laserstrahl des LMS 200 wird zwecks Abtasten der Szene in der Scanebene in regelmäßigen Schritten abgelenkt.
  - Aus gemessener Entfernung  $r_i$  und Messwinkel  $\alpha_i$  lässt sich Szenenpunkt errechnen:
 
$$x_i = \cos(\alpha_i) \cdot r_i$$

$$y_i = 0$$

$$z_i = \sin(\alpha_i) \cdot r_i$$

# RotatingSick I

- Rotationsachse **z** des RoSi entspricht mittlerer Blickrichtung des Scanners.
- Achse **x** liegt in der Scanebene bei  $\alpha = 0$ .
- Rotation um **z** wird mittels optischem inkrementellem Encoder wahrgenommen.
- Unter Berücksichtigung der Rotation des Scanners um **z**, lässt sich mittels des nach dem Scan einer Ebene aufgenommenen Winkelmaßes  $\beta$ , Szenenpunkte ermitteln:



$$x_i = \cos(\beta) \cdot \cos(\alpha_i) \cdot r_i$$

$$y_i = \sin(\beta) \cdot \cos(\alpha_i) \cdot r_i$$

$$z_i = \sin(\alpha_i) \cdot r_i$$

# RotatingSick II

- Unter Berücksichtigung der Scandauer ( $t_s = 20\text{ms}$ ) muss zusätzlich die Rotation des Scanners währenddessen mit RG als Rotationsgeschwindigkeit eingerechnet werden:

$$x_i = \cos\left(\beta - (400 - i) \frac{RG}{400t_s}\right) \cdot \cos(\alpha_i) \cdot r_i$$

$$y_i = \sin\left(\beta - (400 - i) \frac{RG}{400t_s}\right) \cdot \cos(\alpha_i) \cdot r_i$$

$$z_i = \sin(\alpha_i) \cdot r_i$$

- Sensorkalibrierung
  - Inkrementeller optischer Codierer → Winkel  $\beta$  kann nicht global bestimmt werden.
  - Verzögerung zwischen Scan durch den LMS und dessen rechnergestützten Auswertung (insbes. Zuweisung von  $\beta$ ) bestimmen.
  - Beides mittels eines Korrekturterms  $\Delta\beta$  behebbar, welcher per Kalibrierung basierend auf einer gemessenen Punktwolke bestimmt wird.

# Sensorsimulation

- Mit gutem Modell können Sensoren *simuliert* werden.
- Nutzen:
  - Prädiktion
    - Verbessert Ungenauigkeiten durch Fusionierung mit zusätzlichem "virtuellem" Messwert
    - Kann "Ausreißer" erkennen
  - Simulation
    - Ausprobieren ohne Hardwareaufwand
- Deterministisches Modell kann nie vollständig Sensor simulieren
  - Messung immer fehlerbehaftet
  - Größter Simulationsaufwand: Korrekte Fehlersimulation!
- Sensor-Aufnahmefähigkeit
  - Welche Merkmale unter welchen Bedingungen?
- Sensor-Zuverlässigkeit
  - Maß für die Unsicherheiten der Messungen

# Unsicherheiten der Sensormessung I

- Beitrag des Rauschens zur Messung eines Merkmals  $u$ :
  - Annahme: einzelne Rauschkomponenten additiv

$$u = \tilde{u} + n(u)$$

$$n(u) = n_d(u) + n_s(u) + n_n(u) + n_r(u) + n_g(u)$$

- $\tilde{u}$  : eigentliche Messung
- $n(u)$ : Fehlervektor als Wahrscheinlichkeitsvektor mit Mittelwert Null dargestellt.
- Elemente von  $n(u)$ :
  - $n_d$  Digitalisierungsfehler (bei jedem Sensor)
  - $n_s$  Systematische Fehler wegen ungenauer Fertigung
    - Bsp.: optische Achse einer Kamera

# Unsicherheiten der Sensormessung II

- Weitere Elemente von  $\mathbf{n}(\mathbf{u})$ :
  - $\mathbf{n}_n$  Normalverteiltes Sensorrauschen
  - $\mathbf{n}_r$  nichtnormalverteiltes Sensorrauschen
  - $\mathbf{n}_g$  Große Fehler wegen totalen Misserfolgs
    - Bsp.: Falsche Lösung Korrespondenzproblem bei Stereosehen
  
- Exakte Schätzung der Fehlerklassen in der Praxis schwierig, zu komplex
  - Rauschen als normalverteilt annehmen  $\longrightarrow \mathbf{n}(\mathbf{u}) = \mathbf{n}_n(\mathbf{u})$
  
- Große Fehler aus Sensorsystem hierdurch nicht approximierbar
  - Besser: „**Gross Error Model**“
    - $\longrightarrow \mathbf{n}(\mathbf{u}) = (1 - \varepsilon)\mathbf{n}_n(\mathbf{u}) + \varepsilon\mathbf{n}_g(\mathbf{u})$

# Gross Error Model

- Annahme hier:

- Messungen verhalten sich in der Regel normalverteilt, in seltenen Fällen aber falsche Messungen nach Modell  $\mathbf{n}_g$

→ Wahrscheinlichkeitsdichte für  $\mathbf{n}(\mathbf{u})$  :

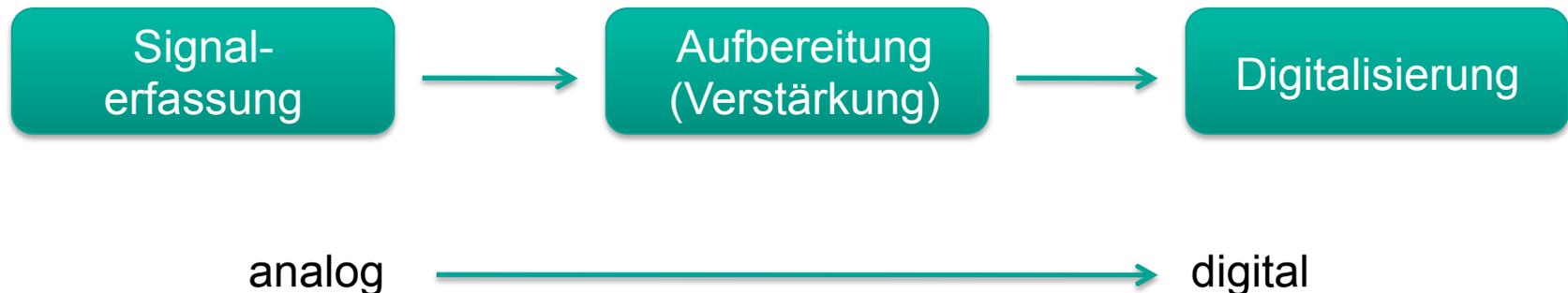
$$p(\mathbf{u}) = \frac{1 - \varepsilon}{(2\pi \det(A_1))^{m/2}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{u}-\tilde{\mathbf{u}})^T A_1^{-1}(\mathbf{u}-\tilde{\mathbf{u}})} + \frac{\varepsilon}{(2\pi \det(A_2))^{m/2}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{u}-\tilde{\mathbf{u}})^T A_2^{-1}(\mathbf{u}-\tilde{\mathbf{u}})}$$

- Annahmen:

- Kovarianzmatrix  $A_1$  bekannt
  - $0.01 \ll \varepsilon \ll 0.05$
  - $\det(A_1) \ll \det(A_2)$

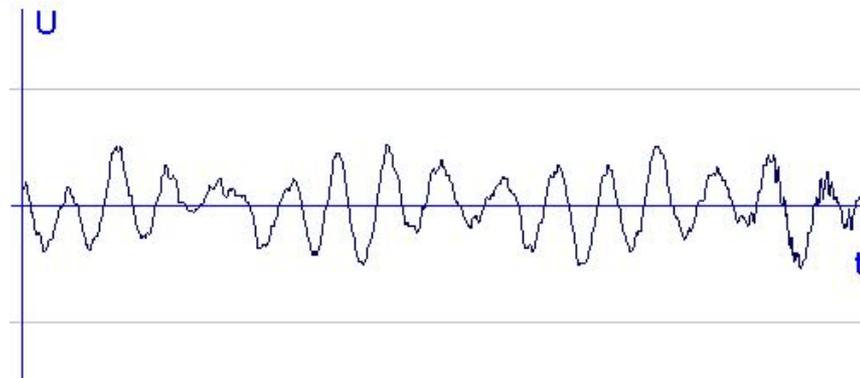
# Signalverarbeitung

- Sensor:
  - Ein System, das eine physikalische Größe und deren Änderung in geeignete elektrische Signale umwandelt.
- Digitale Signalverarbeitung



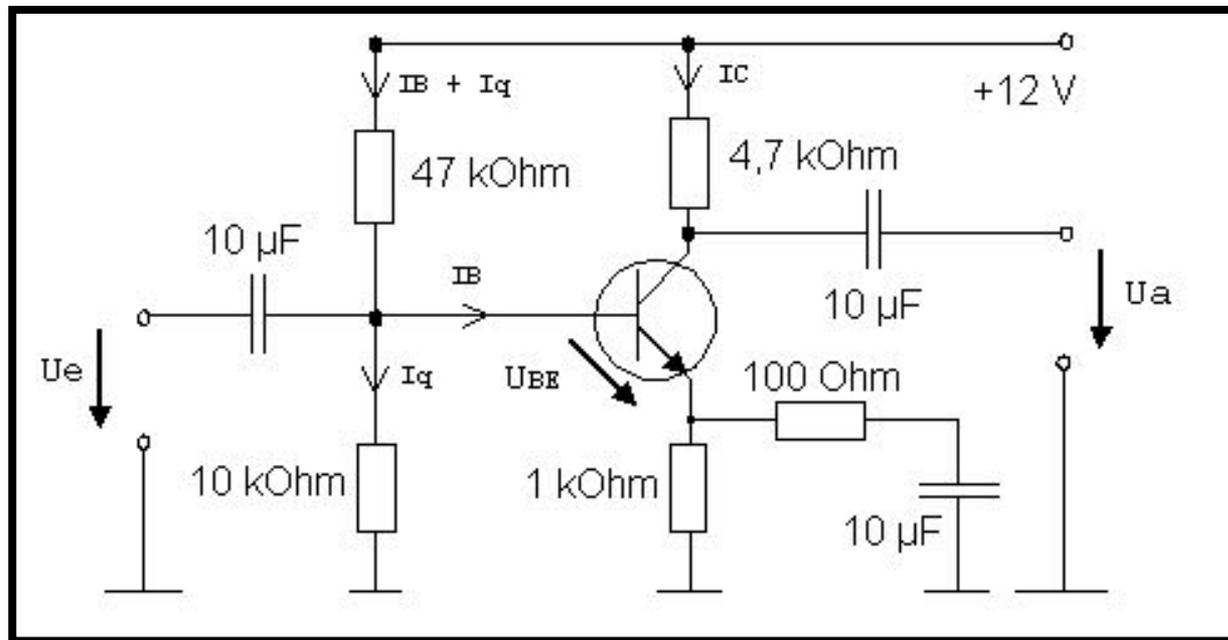
# Was ist ein Signal?

- Physikalische Repräsentation von Information
- Meist physikalische Größe als Funktion von Zeit und/oder Ort
- Analoges Signal: Amplitude kann kontinuierlich jeden Wert zwischen Minimum und Maximum annehmen  
→ wert- und zeitkontinuierlich
- In der Regel sind analoge Signale Spannungssignale
- Digitales Signal: Wertebereich und Zeit/Ort diskret
  - Erlauben komplexere Signalumformungen für Sprach- & Bildverarbeitung



# Signalverstärkung

- Ausgangsgröße des Sensors (i.d.R. Spannung/Strom) verstärken
  - Anhebung von niedrigen Pegeln an Eingangsbereich von A/D Wandlern



Schaltbild Kleinsignalverstärker

# Digitalisierung - Eindimensionale Signale

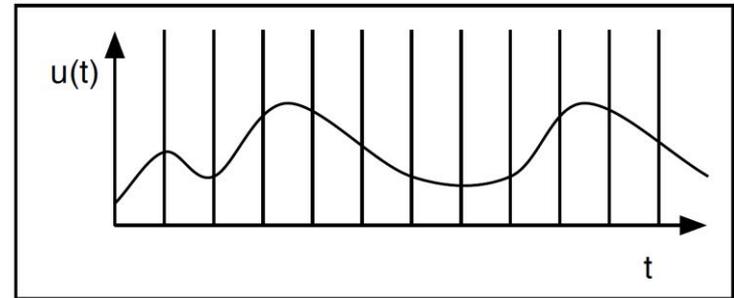
## ■ Verarbeitungsschritte

- Abtastung/Rasterung = Amplitudenmessung zu diskreten Zeitpunkten

- Mathematisch:

$g_{\text{analog}}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  wird zu

$g_{\text{gerastert}}: [0 \dots n] \rightarrow \mathbb{R}$

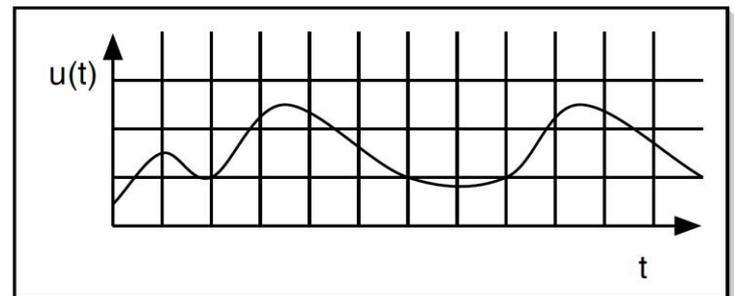


- Quantisierung = Abbildung des kontinuierlichen Wertebereichs auf diskreten Wertebereich

- Mathematisch:

$g_{\text{gerastert}}: [0 \dots n] \rightarrow \mathbb{R}$  wird zu

$g_{\text{digital}}: [0 \dots n] \rightarrow [0 \dots n]$



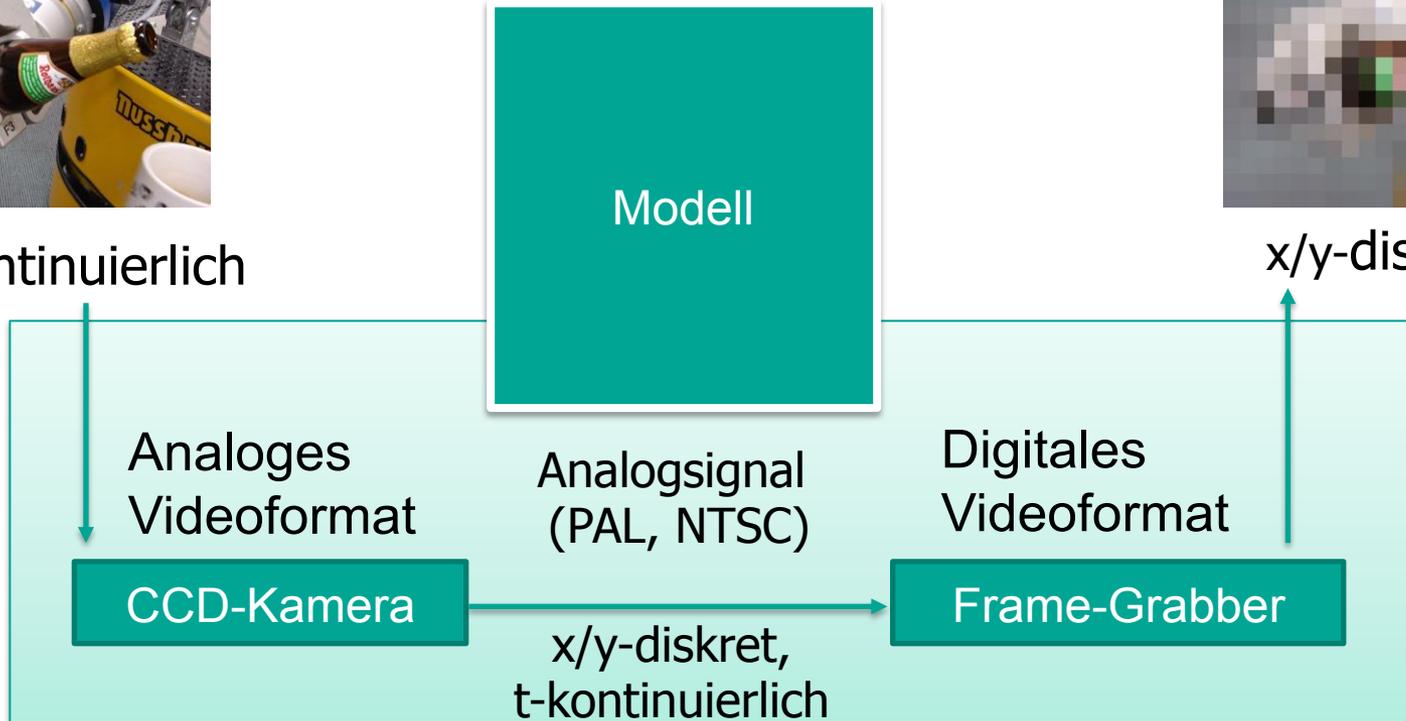
# Digitalisierung von Bildsignalen



x/y-kontinuierlich



x/y-diskret

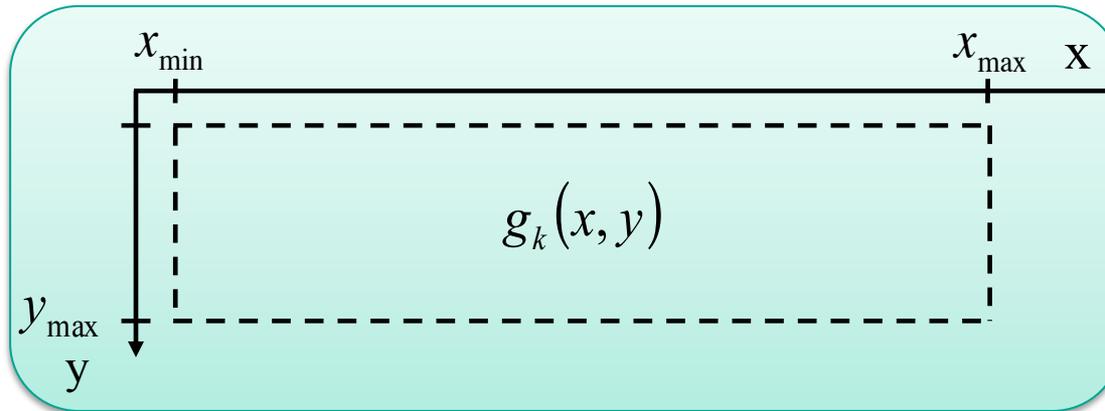


$$D: g_k(x, y) \rightarrow g_d(i, j)$$

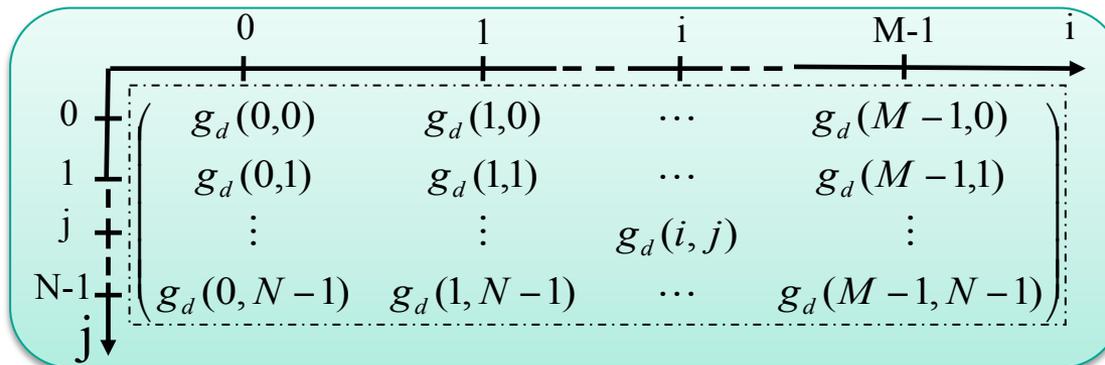
$$R \times R \rightarrow \{0, \dots, M - 1\} \times \{0, \dots, M - 1\}$$

# Rasterung - Mehrdimensionale Signale

## ■ Bildkoordinatensysteme



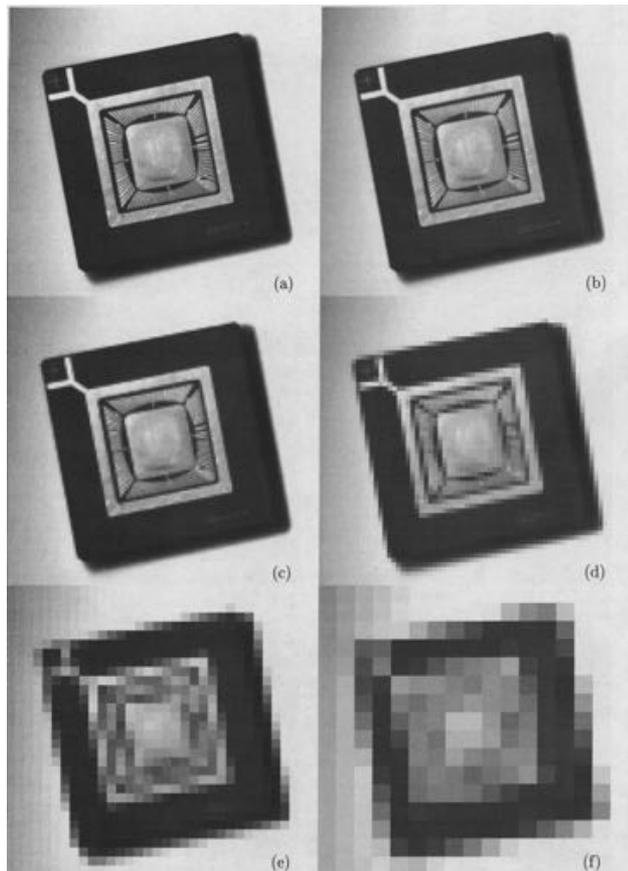
kontinuierlich



diskret

# Beispiel - Rasterung

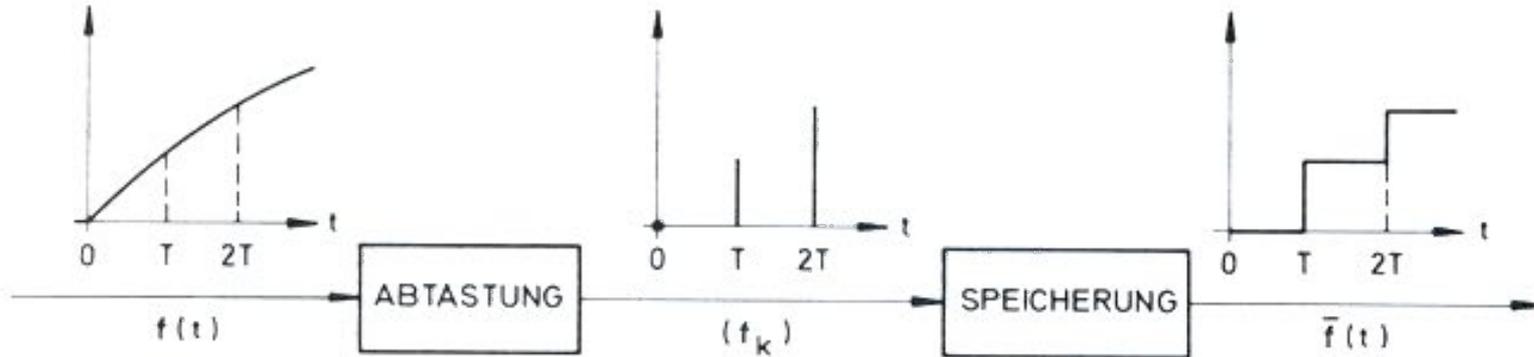
- Rasterung des Bildes in diskrete Punkte



Testbild in verschiedenen  
Auflösungen

- a)  $512 \times 512$
- b)  $256 \times 256$
- c)  $128 \times 128$
- d)  $64 \times 64$
- e)  $32 \times 32$
- f)  $16 \times 16$

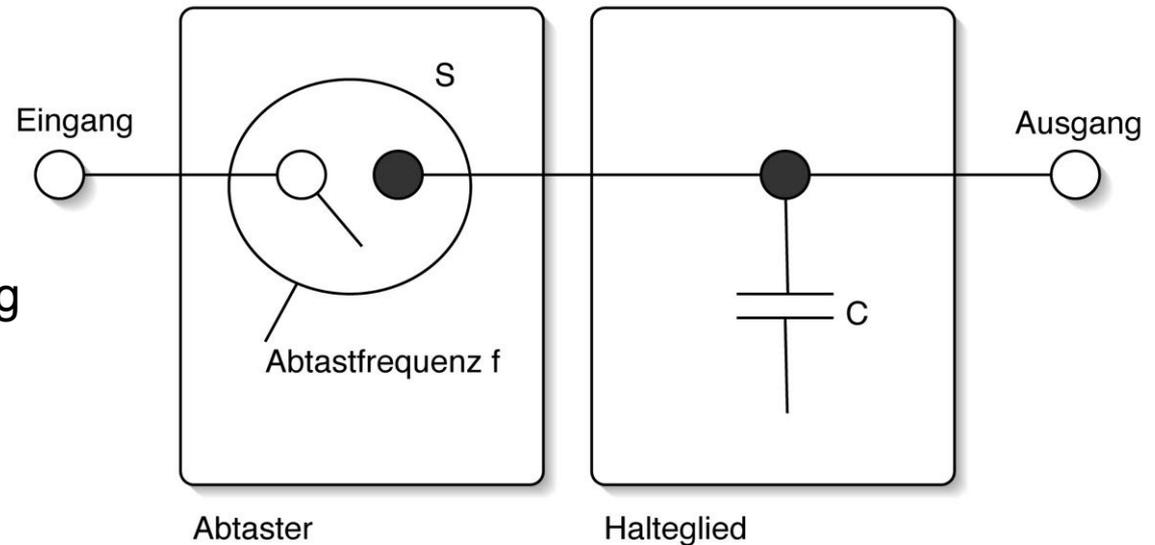
# Abtastvorgang I



- Signale werden zu diskreten Zeitpunkten (häufig äquidistant) gemessen (abgetastet) z.B. über Sample & Hold Schaltung

# Abtastvorgang II

Sample-Hold-Schaltung



- Schalter S wird mit Frequenz  $f$  angesteuert
- Kondensator C hält Signal während Schaltzeit (für Quantisierung)

# Quantisierung

- Häufig Abbildung bipolarer Eingangswerte nach  $[0 \dots 2^n - 1]_N$
- Erfasst werden kann
  - Messwert zum Zeitpunkt  $t_i$
  - Unterschied zwischen  $t_i$  und  $t_{i+1}$
- Quantisierungsfehler  $Q$

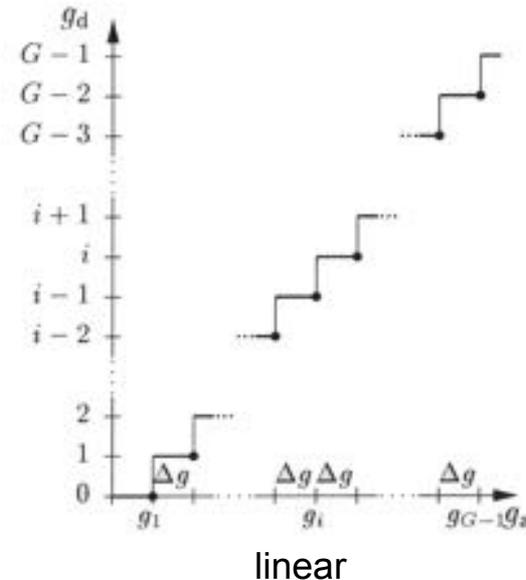
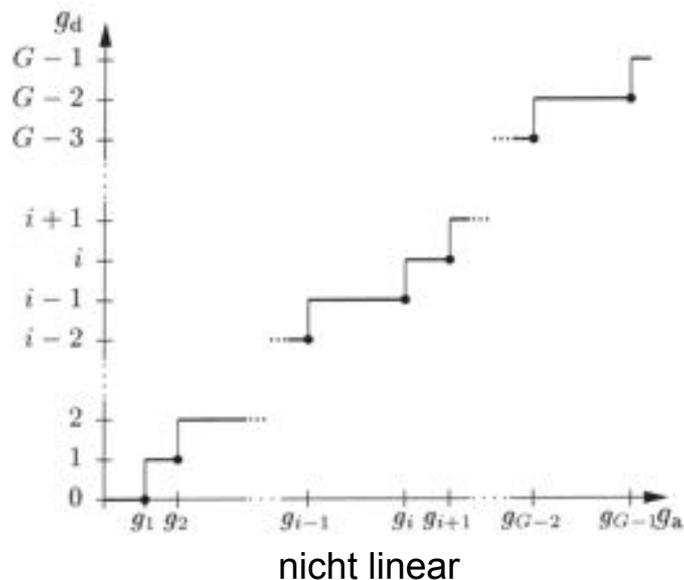
$$Q = \frac{\Delta U}{2^n - 1}$$

$\Delta U$ : überdeckter Spannungsbereich  
 $n$ : Anzahl Bits zur Darstellung

- Einheit von  $Q$  wird auch 1 LSB genannt (Least Significant Bit)

# Vorgehen bei Quantisierung

## ■ Quantisierungskennlinien



- G: Anzahl Quantisierungsstufen
- $g_d$ : digitales Signal,  $g_a$ : analoges Signal,  $g_i$ : Wert analoges Signal zu Quantisierungsstufe i

# Analog/Digital-Wandlung I

- Analoges Signal mit Werten aus dem Bereich

$$U_{\min} \leq U < U_{\max}$$

- Bereich wird eingeteilt in  $2^n$  gleichgroße Abschnitte der Länge

- Liegt ein Spannungswert  $U(t_0)$  in einem der durch die Digitalisierung erzeugten Teilabschnitte, d.h.

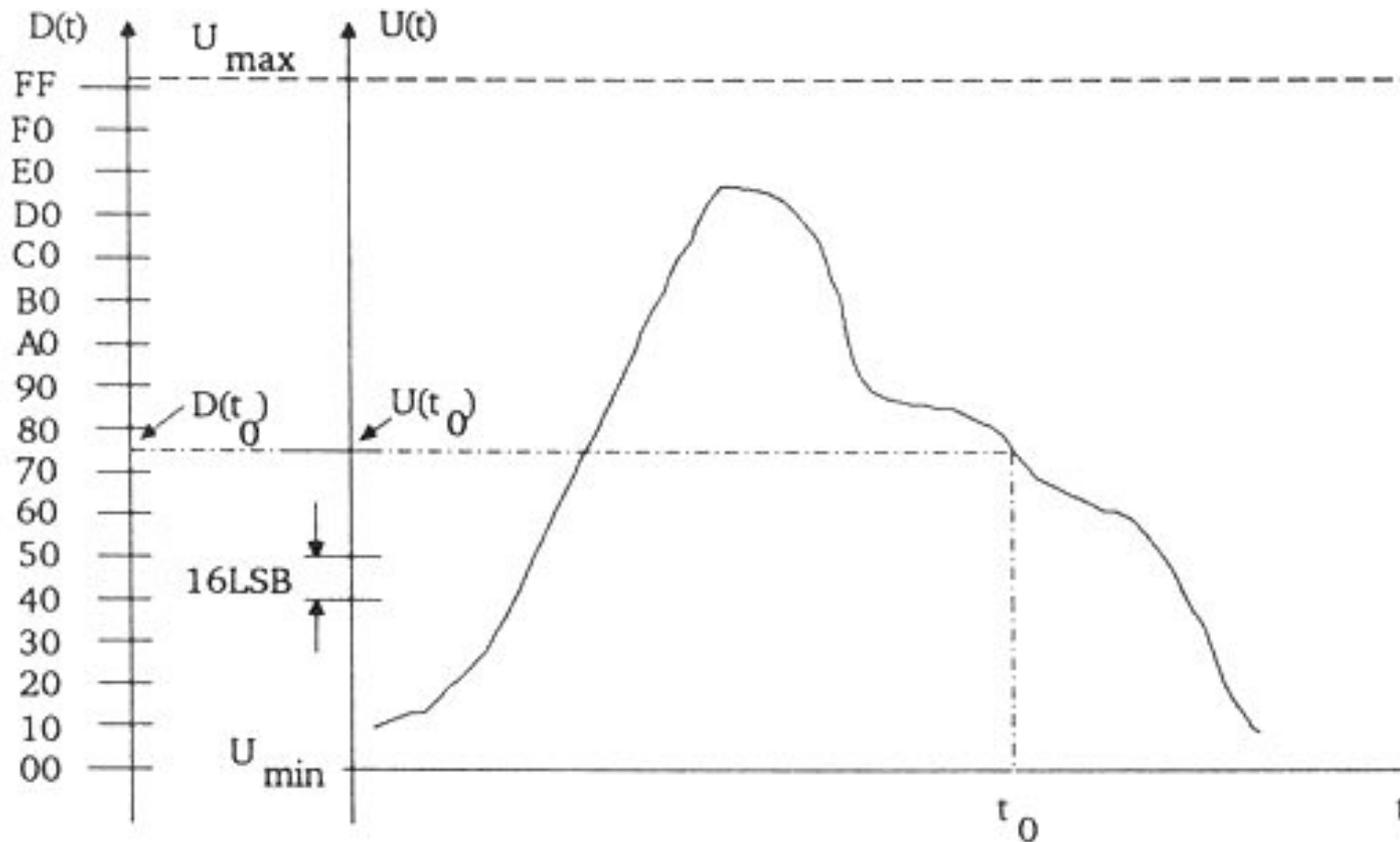
$$LSB = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n}$$

- so ordnet man ihm als  $D(t_0)$  den Digitalwert der unteren Abschnittsgrenze zu, also  **$D(t_0) = m$**

$$U_{\min} + m \cdot LSB \leq U(t_0) < U_{\min} + (m + 1) \cdot LSB$$

# Analog/Digital-Wandlung II

## ■ Beispiel:



# Prinzipien der Analog/Digital-Wandlung

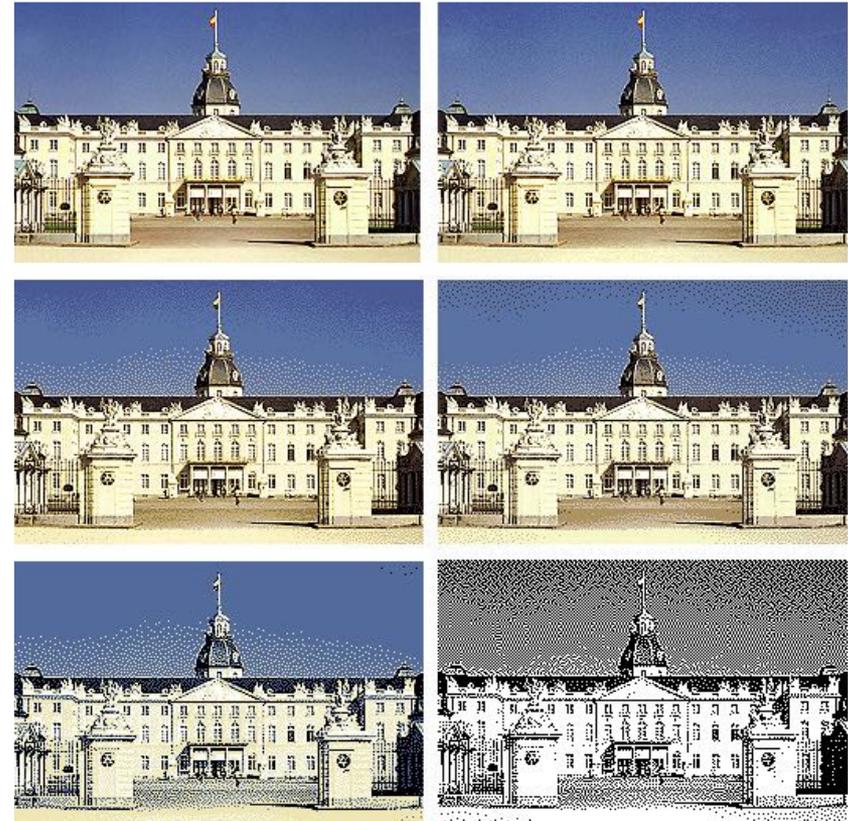
- Es existieren verschiedene Schaltungen zum Realisieren einer A/D-Wandlung
  - Dual-Slope-Wandler
  - Sukzessiver Approximationswandler
  - FlashWandler / Parallelwandler
  
- Für Details zu Schaltungen im Bereich Digitalisierung sei auf die Vorlesung „Informationsverarbeitung in Sensornetzwerken“ verwiesen.

# Beispiel - Quantisierung

- Quantisierung der Grau- oder Farbwerte in diskrete Werte

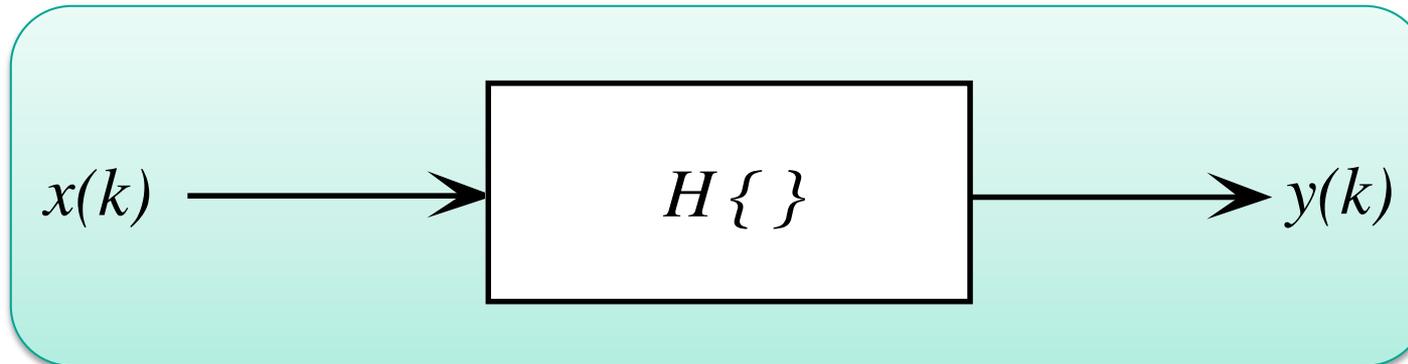
Testbild in verschiedenen Farbstufen:

- a) 256 Farben ( 8 Bit )
- b) 32 Farben (5 Bit )
- c) 16 Farben (4 Bit )
- d) 8 Farben (3 Bit )
- e) 4 Farben (2 Bit )
- f) 2 Farben (1 Bit,  
Binärbild)



# Fourier - Transformation I

- Digitale Signalverarbeitung
  - Umformung von Zahlenfolgen aus Abtastung analoger Signale
  
- Ausgangssignal:  $y(k) = H\{x(k)\}$



# Fourier – Transformation II

- Lineares System:

$$H\{\alpha x(k) + \beta y(k)\} = \alpha H\{x(k)\} + \beta H\{y(k)\}$$

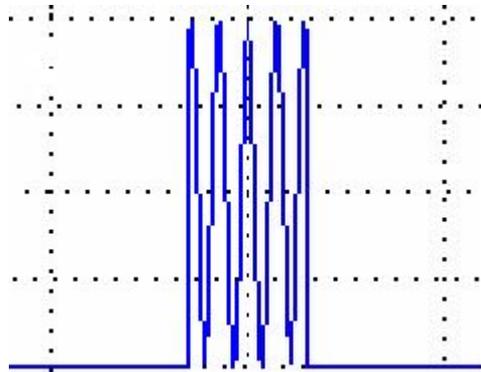
- zeit- bzw. verschiebungsinvariantes System:

$$y(k - k_0) = H\{x(k - k_0)\}$$

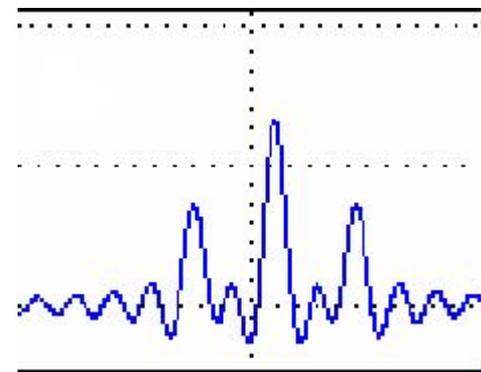
# Fourier – Transformation II

- Fourier - Transformation, inverse Fourier - Transformation:

$$F(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-iut} dt \quad f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(u) e^{iut} du$$



$f(x)$



$|F(x)|$

# Fourier – Transformation III



[Wikipedia:en]

- Transformiert die Darstellung einer Eingabefunktion zwischen Ortsraum und Frequenzraum.
- Von Ortsraum zu Frequenzraum: Berechnung der Anteile periodischer Strukturen in der Eingabefunktion
  - Projektion der Eingabe auf  $\sin()$  und  $\cos()$  für verschiedene Frequenzen.

# 2D Fourier – Transformation

- Kontinuierliches 2-dimensionales Signal

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp(-2j\pi(ux + vy)) dx dy$$

- Diskretes 2-dimensionales Signal

$$F(u, v) = \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} f[x, y] \exp(-2j\pi(ux + vy))$$

# Abtasttheorem

- Rekonstruierbarkeitsproblem:



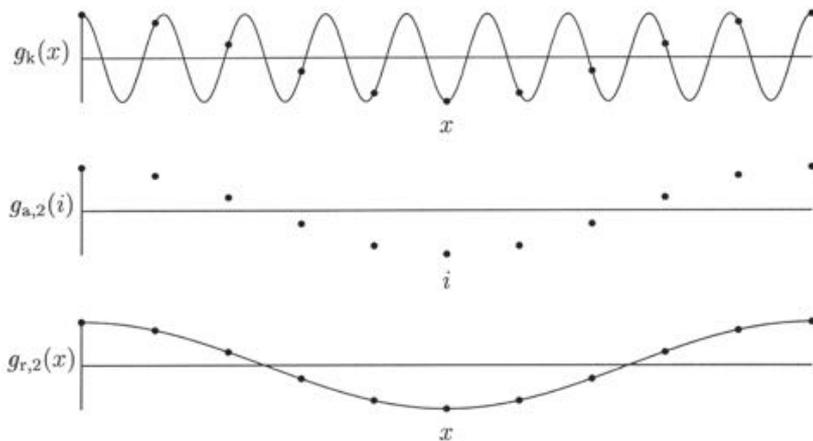
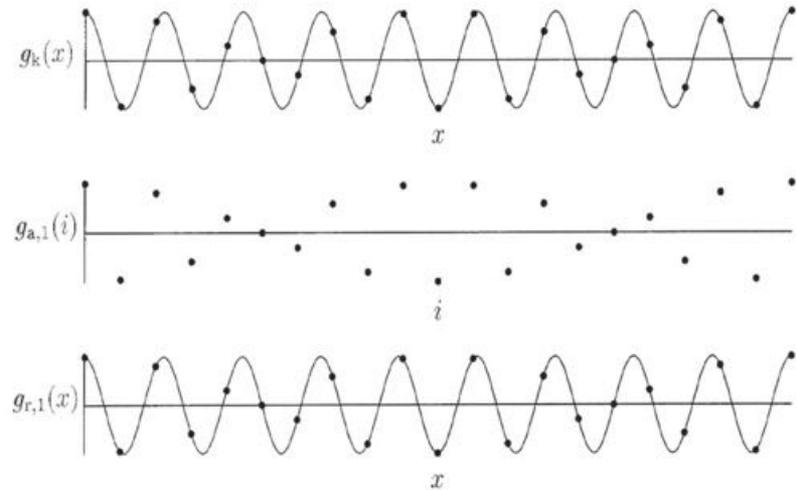
- Abtasttheorem:
  - Notwendige Abtastfrequenz nach Shannonschem Abtasttheorem:

*Abtastfrequenz > doppelte max. Signalfrequenz*

- Bei geringerer Abtastfrequenz: Aliasing- Effekt

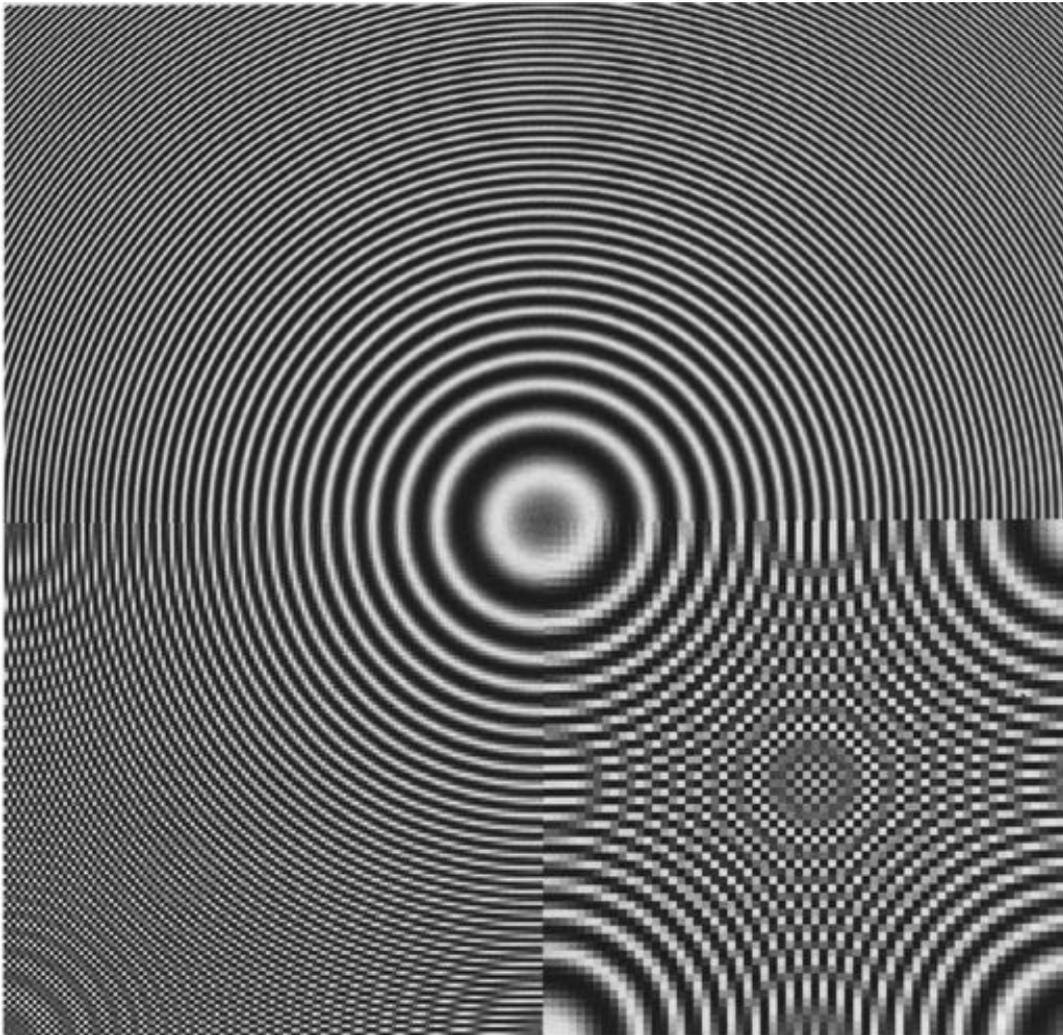
# Aliasing – Effekte I

Abtastung und Rekonstruktion bei Erfüllung der Abtastbedingung



bei Verletzung der Abtastbedingung

# Aliasing – Effekte II



Abtastung:

links oben: Originalbild

rechts oben:  $256 \times 256$

links unten:  $128 \times 128$

rechts unten:  $64 \times 64$

Pixel

$$F(u, v) = (1/N) * \sum_0^{N-1} \sum_0^{N-1} f[x, y] \exp(-2j\pi(ux + vy) / N)$$

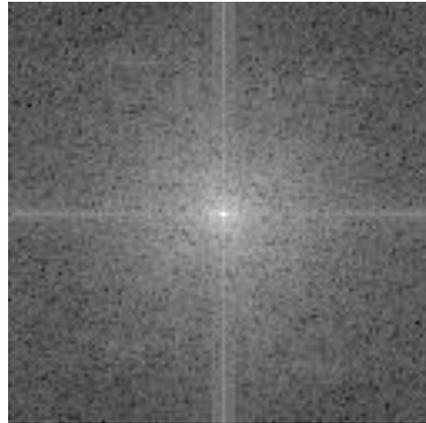
- Gewichtete Summation aller Bildpunkte
- Zerlegung des Bildes in Sinus- und Cosinusfunktionen zur
  - Bildanalyse (z.B. Muster-, Geschwindigkeitserkennung)
  - Bildfilterung (z.B. Tiefpass)
  - Bildkompression (z.B. in jpeg Format)

# Fourier-Transformation in d. Bildverarbeitung 2

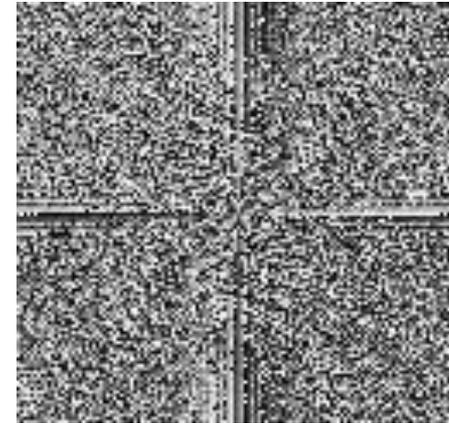
## ■ Beispiel



Original  
 $f(x,y)$



Spektrum  
 $\log(|F(u,v)|)$

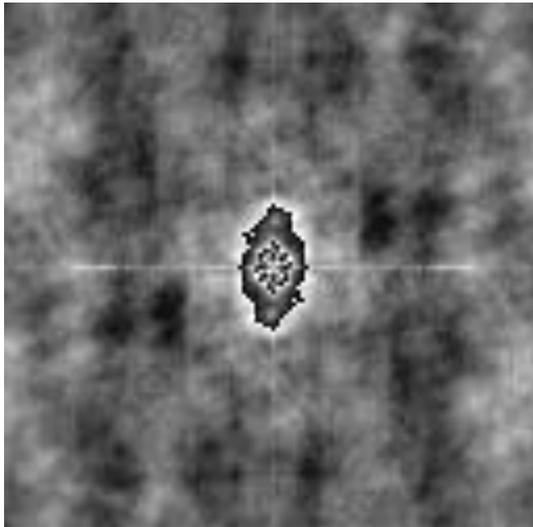


Phase  
 $\text{Ang}(F(u,v))$

Fouriertransformierte  $F(u,v)$  ist komplexe Funktion

# Fourier-Transformation in d. Bildverarbeitung 3

- Rekonstruktion ausschließlich durch  
Spektrum



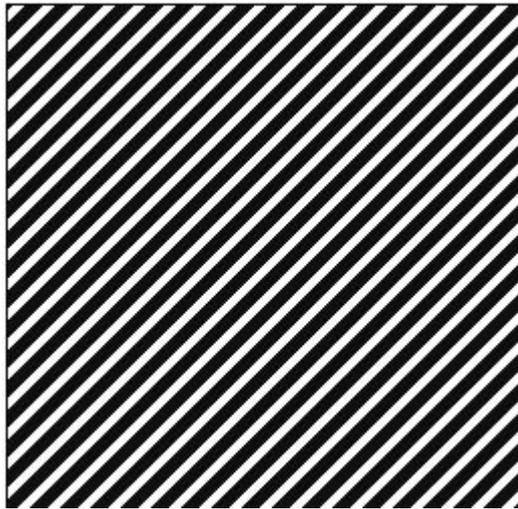
Phase



- Spektrum UND Phase sind für vollständige Rekonstruktion  
notwendig

# Fourier-Transformation in d. Bildverarbeitung 4

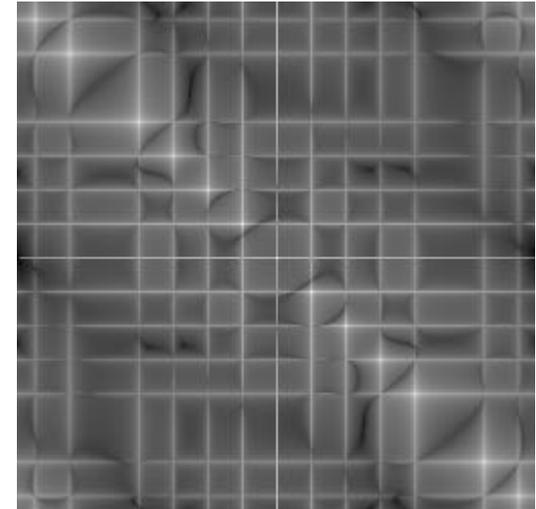
## ■ Beispiel Transformation



$f(x,y)$



$|F(u,v)|$

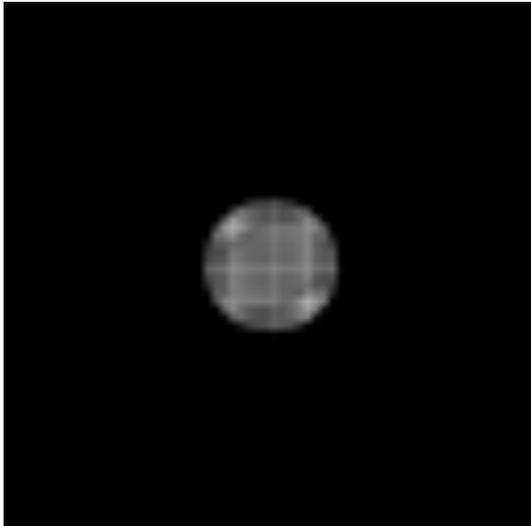


$\log(|F(u,v)|)$

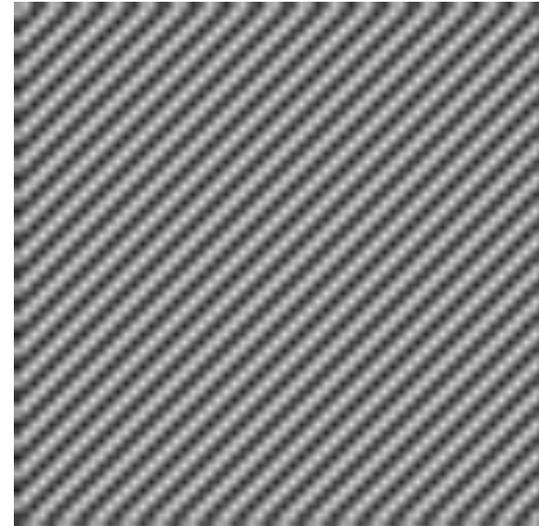
Großer Spektralbereich belegt → scharfe Übergänge

# Fourier-Transformation in d. Bildverarbeitung 5

## ■ Beispiel Tiefpassfilterung



Spektrum



Rekonstruktion

## ■ Filterung mit Radius $r = 32$ Pixel $\rightarrow$ unscharfe Übergänge

# Literatur

- Robotik 3 Skript
  - In der Vorlesung behandelte Aspekte aus Kapitel 3 und 4.
- Dokument „Leittexte“
- Dokument „Signalverarbeitung“